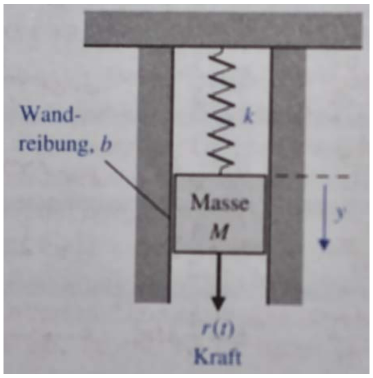
MoSim B16
Übung, Woche 25 **Name:** ____________________

1. (10 Punkte) Die Abbildung zeigt ein Feder-Masse-Dämpfer-System.



(a) (1 Punkt) Stellen Sie die Differentialgleichung auf, mit der die Bewegung $y(t)$ der Masse beschrieben wird.

Lösung:

$$M\ddot{y}(t) + b\dot{y} + ky(t) = r(t)$$

(b) (3 Punkte) Ermitteln Sie die Systemantwort $y(t)$ des frei schwingenden Feder-Masse-Dämpfer-Systems.

Lösung:

$$y(t) = \frac{y(0)}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin\left(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \phi\right)$$

mit $\phi = \cos^{-1}\zeta$ und Anfangsauslenkung $y(0)$.

(c) (5 Punkte) Nutzen Sie Matlab/Octave um die freie Zeitantwort der Massenauslenkung des Feder-Masse-Dämpfer-Systems nach einer anfänglichen Auslenkung von $y(0)$ zusammen mit den Hüllkurven grafisch darzustellen. Verwenden Sie dazu die folgenden Parameter:

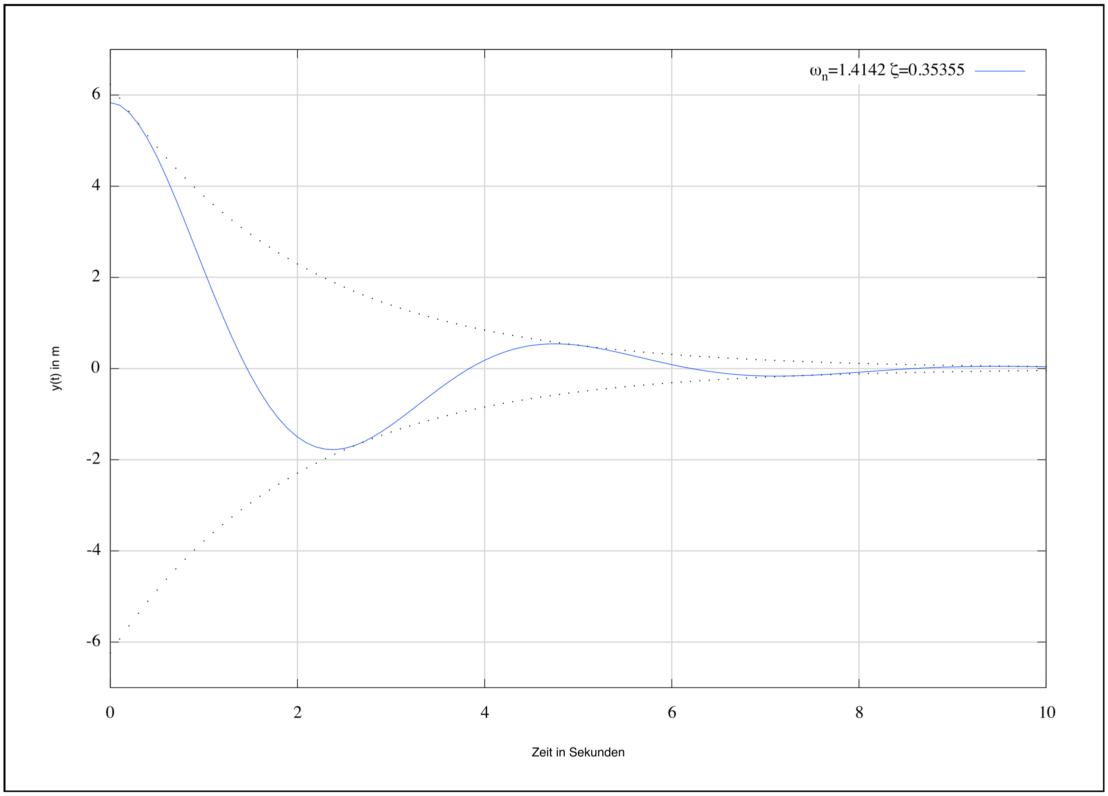
$$y(0) = 0.15m, \omega_n = \sqrt{2}\frac{rad}{s}, \zeta_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ oder } \frac{k}{M} = 2, \frac{b}{M} = 1$$

Lösung:

Hüllkurve: $\pm\frac{y(0)}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t}$

Listing 1: Freie Zeitantwort (Octave)

```
octave:1> diary on
octave:2> y0=0.15;
octave:3> wn=sqrt(2);
octave:4> zeta=1/(2*sqrt(2));
octave:5> t=[0:0.1:10];
octave:6> y=(y0\sqrt(1-zeta^2))*exp(-zeta*wn*t).*sin(wn*sqrt(1-zeta^2)*t+acos(zeta));
octave:7> bu=(y0\sqrt(1-zeta^2))*exp(-zeta*wn*t);bl=-bu; %Huellkurven
octave:8> plot(t,y,'-',t,bu,'k.',t,bl,'k.'), grid
octave:9> xlabel('Zeit in Sekunden'), ylabel('y(t) in m')
octave:10> legend(['\omega_n=',num2str(wn),' \zeta=',num2str(zeta)])
octave:11> diary off
```



(d) (1 Punkt) Beschreiben Sie die Übergangsantwort des Systems in Bezug auf das Dämpfungsverhalten **A. unterkritisch gedämpft** B. überkritisch gedämpft C. kritisch gedämpft

Lösung:

- unterkritisch gedämpft $\zeta < 1$
- überkritisch gedämpft $\zeta > 1$
- kritisch gedämpft $\zeta = 1$

2. (10 Punkte) Übertragungsfunktionen werden als Quotient von Polynomen angegeben. Matlab/Octave verfügt dazu über einige Funktionalität.

(a) (1 Punkt) Stellen sie das Polynom $p(s) = s^3 + 3s^2 + 4$ in Matlab/Octave als Zeilenvektor dar, berechnen Sie die Wurzeln und stellen Sie das Polynom erneut aus den Wurzeln auf.

Lösung:

Listing 2: Polynom (Octave)

```
octave:1> diary on
octave:2> p=[1 3 0 4];
octave:3> r=roots(p)
r =
  -3.35530 + 0.00000i
   0.17765 + 1.07730i
   0.17765 - 1.07730i
octave:4> p=poly(r)
p =
 Columns 1 through 4:
   1.00000 + 0.00000i    3.00000 + 0.00000i   -0.00000 + 0.00000i  4.00000 + 0.00000i
octave:5> diary off
```

(b) (1 Punkt) Lösen sie das Polynom-Produkt $n(s) = (s^3 + 3s^2 + 1)(s + 4)$ in Matlab/Octave zunächst allgemein und dann für $n(-5)$.

Lösung:
Polynom-Produkt ist $n(s) = 3s^3 + 14s^2 + 9s + 4$ und $n(-5) = -66$.

Listing 3: Polynom-Produkt (Octave)

```
octave:1> diary on
octave:2> p=[3 2 1];q=[1 4];
octave:3> n=conv(p,q)
n =
    3   14    9    4
octave:4> value=polyval(n,-5)
value = -66
octave:5> diary off
```

(c) (2 Punkte) Stellen Sie die Systemmodelle

$$G_1(s) = \frac{10}{s^2 + 2s + 5} \text{ und } G_2(s) = \frac{1}{s + 1}$$

in Matlab/Octave als Objekte (Control Tool Box) dar und ermitteln Sie die Summe beider Systeme.

Lösung:
Summe ist $G(s) = G_1(s) + G_2(s) = \frac{s^2+12s+15}{s^3+3s^2+7s+5}$.

Listing 4: System-Summe (Octave)

```
octave:1> diary on
octave:2> num1=[10];den1=[1 2 5];
octave:3> sys1=tf(num1,den1);
octave:4> num2=[1];den2=[1 1];
octave:5> sys2=tf(num2,den2);
octave:6> % sys=sys1+sys2 % Matlab only
octave:6> sys=sysadd(sys1,sys2);
octave:7> [num,den] = sys2tf(sys)
num =
    1.0000    12.0000    15.0000
den =
   1.0000    3.0000    7.0000    5.0000
octave:8> diary off
```

(d) (2 Punkte) Stellen Sie das Systemmodell

$$G(s) = \frac{s + 10}{s^2 + 2s + 1}$$

in Matlab/Octave als Objekt (Control Tool Box) dar und ermitteln Sie die Pole und Nullstellen des Systems.

Lösung:
Pole: $p_1 = -1$, $p_2 = -1$, Nullstellen: $z = -10$

Listing 5: System-Pole/Nullstellen (Octave)

```
octave:1> diary on
octave:2> sys=tf([1 10],[1 2 1]);
octave:3> % p=pole(sys) % Matlab only
octave:3> % z=zero(sys) % Matlab only
octave:3> [z, p] = pzmap (sys)
z = -10
p =
  -1
  -1
octave:4> diary off
```

(e) (4 Punkte) Gegeben sind die Übertragungsfunktionen

$$G(s) = \frac{6s + 1}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1} \text{ und } H(s) = \frac{(s + 1)(s + 2)}{(s + 2j)(s - 2j)(s + 3)}.$$

Ermitteln Sie die Pole und Nullstellen des Systems $G(s)$, die charakteristische Gleichung von $H(s)$, das System $G(s)$ durch $H(s)$. Stellen Sie die Pole und Nullstellen des Systems $G(s)/H(s)$ in der s-Ebene dar.

Lösung:

Pole $G(s)$: $p_{1,2,3} = -1$, Nullstellen $G(s)$: $z_{1,2} = 0 \pm 0.4j$

Listing 6: System-Regelkreis (Octave)

```
octave:1> diary on
octave:2> sysg=tf([6 0 1],[1 3 3 1]);
octave:3> % z=zero(sysg) % Matlab only
octave:3> % p=pole(sysg) % Matlab only
octave:3> [z, p] = pzmap (sysg)
z =
  -0.00000 + 0.40825i
   0.00000 - 0.40825i
p =
  -1.00001 + 0.00000i
  -1.00000 + 0.00001i
  -1.00000 - 0.00001i
octave:4> n1=[1 1];n2=[1 2];d1=[1 2*i];d2=[1 -2*i];d3=[1 3];
octave:5> sysh=tf([conv(n1,n2)],[conv(d1,conv(d2,d3))]);
octave:6> [num,den]=sys2tf(sysh)
num =
   1   3   2
den =
    1    3    4   12
octave:7> % sys=sysg/sysh % Matlab only
octave:7> sys=feedback(sysg,sysh)
octave:8> [num,den]=sys2tf(sys)
num =
    6.0000   18.0000   25.0000   75.0000    4.0000   12.0000
den =
    1.0000    6.0000   22.0000   52.0000   64.0000   43.0000   14.0000
octave:10> [z, p] = pzmap (sys)
z =
  -3.00000 + 0.00000i
   0.00000 + 2.00000i
   0.00000 - 2.00000i
   0.00000 + 0.40825i
   0.00000 - 0.40825i
p =
  -0.81447 + 2.77595i
  -0.81447 - 2.77595i
  -2.33256 + 0.00000i
  -1.00000 + 0.00000i
  -0.51924 + 0.66898i
  -0.51924 - 0.66898i
octave:11> diary off
```